COLEGIO ALMA'S
bilingual school

APELLIDOS Y NOMBRE: Corrección Examen
CURSO: 2º Bachillerato Nº 1ª Evaluación
FECHA: 01-12-2017 ASIGNATURA: Matemáticas 2.

1.- $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{(e^x-1)^2} \underset{\frac{0}{0}}{\overset{L'H}{=}} \lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{2e^x(e^x-1)} \underset{\frac{0}{0}}{\overset{L'H}{=}} \lim_{x\to 0} \frac{\cos x}{2e^x(e^x-1)+2e^{2x}} = \frac{1}{0+2} = \boxed{\frac{1}{2}}$

$\lim_{x\to\infty} (\sqrt{2x^2-1}-\sqrt{x+1}) \cdot \frac{\sqrt{2x^2-1}+\sqrt{x+1}}{\sqrt{2x^2-1}+\sqrt{x+1}} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-x-2}{\sqrt{2x^2-1}+\sqrt{x+1}} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x-1-2/x}{\sqrt{2-\frac{1}{x^2}}+\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}} = \frac{\infty}{\sqrt{2}} = \boxed{\infty}$

2.- a) $y = \frac{1}{3}\left[\ln \operatorname{sen} x - \ln 2x\right] \to y' = \frac{1}{3}\left[\frac{\cos x}{\operatorname{sen} x} - \frac{1}{x}\right]$

b) $y' = 1 \cdot \cos 2x - 2x \operatorname{sen} 2x$

3.- Los trozos no presentan problemas de continuidad por ser polinómicos. Pasamos a estudiar la continuidad en sus ptos frontera.

Cont en $x=3$: $\left.\begin{array}{l} f(3) = 9a+3+3 = 9a+6 \\ \lim_{x\to 3^+} 2x^2-3 = 15 \\ \lim_{x\to 3^-} ax^2+x+3 = 9a+6 \end{array}\right\} 9a+6 = 15 \to \boxed{a=1}$

Cont en $x=5$: $\left.\begin{array}{l} f(5) = 25b \\ \lim_{x\to 5^+} bx^2 = 25b \\ \lim_{x\to 5^-} 2x^2-3 = 47 \end{array}\right\} 25b = 47 \to \boxed{b = \frac{47}{25}}$

4.- $f(x) = x^2-x-2 \to f'(x) = 2x-1$

a) $\left.\begin{array}{l} x=3 \to f(3) = 9-3-2 = 4 \\ f'(3) = 6-1 = 5 \end{array}\right\} y-4 = 5(x-3) \to \boxed{y = 5x-11}$

b) $3y = 2x+1 \to y' = \frac{2}{3} = 2x-1 \to x = \frac{5}{6}$

$f\left(\frac{5}{6}\right) = \left(\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{5}{6} - 2 = \frac{-77}{36}, \quad f'(x) = \frac{2}{3}$

$\boxed{y + \frac{77}{36} = \frac{2}{3}\left(x - \frac{5}{6}\right)}$

COLEGIO ALMA\`S
bilingual school

APELLIDOS Y NOMBRE: ....

CURSO: .... **Nº** ....

FECHA: .... **ASIGNATURA:** ....

5. $f(x)=x^3+ax^2+bx+c \quad f'(x)=3x^2+2ax+b \quad f''(x)=6x+2a$

E. Relativo en $x=0 \to f'(0)=0 \to b=0$

P. Infl. en $x=-1 \to f''(-1)=0 \to -6+2a=0 \to a=3$

$$\int_0^1 (x^3+3x^2+c)\,dx=\left[\frac{x^4}{4}+x^3+cx\right]_0^1=\frac{1}{4}+1+c=6 \to c=\frac{19}{4}$$

$$\boxed{f(x)=x^3+3x+\frac{19}{4}}$$

6. a) $$\int\frac{x\,dx}{(x+3)(x-2)}=\int\left(\frac{A}{x+3}+\frac{B}{x-2}\right)dx=\boxed{\frac{3}{5}\ln|x+3|+\frac{2}{5}\ln|x-2|+K}$$

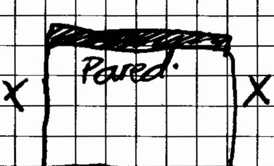
$x=A(x-2)+B(x+3) \to x=2 \to 2=5B \to B=2/5$

$x=-3 \to -3=-5A \to A=3/5$

b) $$\int\frac{\operatorname{arctg}x}{1+x^2}dx=\int\frac{t}{1+x^2}(1+x^2)dt=\int t\,dt=\frac{t^2}{2}+K=\boxed{\frac{\operatorname{arctg}^2 x}{2}+K}$$

$t=\operatorname{arctg}x \to dt=\frac{1}{1+x^2}dx \to dx=(1+x^2)dt$

7.



$y=500$
$x=250$

$2x+y=1000 \to y=1000-2x$

Área $=x\cdot y=x(1000-2x)=1000x-2x^2 \quad \mathrm{Dom}f(x)=\mathbb{R}$

$f'(x)=1000-4x=0 \to \boxed{x=250}$ m

$+ \quad 250 \quad -$

MAX

$\boxed{y=500}$ m

8. $f(x)=\dfrac{e^x}{x^2+1} \quad \mathrm{Dom}f(x)=\mathbb{R} \to f'(x)=\dfrac{2xe^x+(x^2+1)e^x}{(x^2+1)^2}=\dfrac{(+x^2-2x+1)e^x}{(x^2+1)^2}$

$+x^2-2x+1=0 \to x=1$

$+ \quad 1 \quad +$

Pto de inflexión

La función siempre es creciente.

COLEGIO ALMA'S
bilingual school

APELLIDOS Y NOMBRE: ....

CURSO: .... Nº ....

FECHA: .... ASIGNATURA: ....

9.- $f(x) = \frac{x^2+x+6}{x-2}$

a) $Dom\, f(x) = \mathbb{R} - \{2\}$

AV: $\boxed{x=2}$

$\lim_{x\to 2^-} \frac{x^2+x+6}{x-2} = \frac{12}{-0} = -\infty$

$\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2+x+6}{x-2} = \frac{12}{+0} = +\infty$

b) $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x+6}{x^2-2x} \underset{\frac{\infty}{\infty}}{\overset{L'H}{=}} \lim_{x\to\infty} \frac{2x+1}{2x-2} \underset{\frac{\infty}{\infty}}{\overset{L'H}{=}} \lim_{x\to\infty} \frac{2}{2} = \boxed{1}$

c) $\int_3^5 \frac{x^2+x+6}{x-2}\,dx = \int_3^5 \left(x+3+\frac{12}{x-2}\right)dx = \left[\frac{x^2}{2}+3x+12\ln|x-2|\right]_3^5$

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 1 & 6 \\ 2 & & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 3 & 12 \end{array}$$

$= \left(\frac{25}{2}+15+12\ln 3\right) - \left(\frac{9}{2}+9+12\ln 1\right) = \boxed{14+12\ln 3}$

10.- $f(x) = (6-x)\,e^{\frac{x-1}{3}}$ $\quad Dom\, f(x) = \mathbb{R}$

a) $f'(x) = -e^{\frac{x-1}{3}} + \frac{6-x}{3} e^{\frac{x-1}{3}} = e^{\frac{x-1}{3}}\left[\frac{6-x}{3}-1\right] = e^{\frac{x-1}{3}}\left(\frac{3-x}{3}\right)$

$f''(x) = -\frac{1}{3} e^{\frac{x-1}{3}} + \frac{3-x}{9} e^{\frac{x-1}{3}} = e^{\frac{x-1}{3}}\left[-\frac{1}{3}+\frac{3-x}{9}\right] = -\frac{x}{9} e^{\frac{x-1}{3}}$

$-\frac{x}{9} = 0 \rightarrow \boxed{x=0}$ Pto de inflexión

b) $\lim_{x\to-\infty} (6-x)\,e^{\frac{x-1}{3}} \underset{0\cdot\infty}{=} \lim_{x\to-\infty} \frac{6-x}{e^{\frac{1-x}{3}}} \underset{\frac{\infty}{\infty}}{\overset{L'H}{=}} \lim_{x\to-\infty} \frac{-1}{\frac{1}{3} e^{\frac{1-x}{3}}} = \frac{-1}{\infty} = \boxed{0}$