COLEGIO ALMA'S
bilingual school

Barranco del Negro s/n Los Tabaibales
35106 San Bartolomé de Tirajana
T.: 928 142 028 F.: 928 141 996

almasacademico@gmail.com

Corrección 2ª Evaluación - CC.SS. 2 - Matemáticas 06-04-18

1.-

$$f(x)=\begin{cases} -0'5x+13 & 0\le x\le 6 \\ \dfrac{5(x+14)}{x+4} & x>6 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Dom}(-0'5x+13)=\mathbb{R} \\ \text{Dom}\left(\dfrac{5(x+14)}{x+4}\right)=\mathbb{R}-\{-4\} \end{array}\right\} \text{Dom } f(x)=[0,\infty)$$

Estudio de la continuidad

$$\left.\begin{array}{l} f(6)=-0'5\cdot 6+13=-3+13=10 \\ \lim\limits_{x\to 6^-} -0'5x+13=10 \\ \lim\limits_{x\to 6^+} \dfrac{5(x+14)}{x+4}=\dfrac{5\cdot 20}{10}=\dfrac{100}{10}=10 \end{array}\right\} \text{Cont } f(x)=[0,\infty)$$

Estudio de la derivabilidad

$$\left.\begin{array}{l} f'(x)=\begin{cases} -0'5 & 0<x\le 6 \\ \dfrac{5(x+4)-5(x+14)}{(x+4)^2}=\dfrac{-50}{(x+4)^2} & x>6 \end{cases} \\ f'(6^-)=-0'5 \quad f'(6^+)=\dfrac{-50}{10^2}=-0'5 \end{array}\right\} \text{Der } f(x)=(0,\infty)$$

a) $0 \quad - \quad 6 \quad -$ ($\searrow$ $\searrow$) La derivada siempre es negativa por lo que la función siempre es decreciente

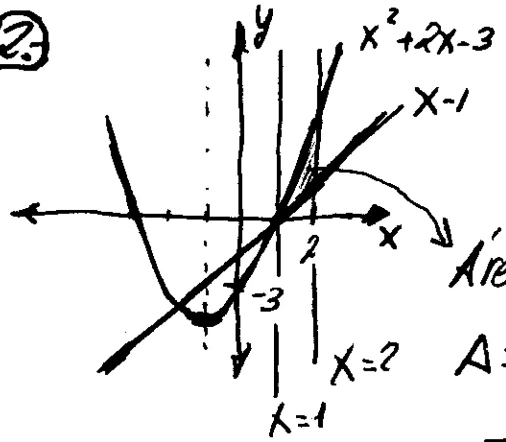
b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5(x+14)}{x+4} \underset{\frac{\infty}{\infty}}{\overset{LH}{=}} \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5}{1}=5 \to$ Como $f(6)=10$, la función está acotada desde 10 hasta 5 (AH) de forma decreciente

COLEGIO ALMA'S
bilingual school

. Barranco del Negro s/n Los Tabaibales
35106 San Bartolomé de Tirajana
T.: 928 142 028 F.: 928 141 996

almasacademico@gmail.coml

2.



Puntos de intersección

$x^2+2x-3=x-1$

$x^2+x-2=0 \to x=1,\ x=-2$

Área a calcular.

$$A=\int_1^2 (x^2+2x-3)-(x-1)\,dx=\int_1^2 (x^2+x-2)\,dx=$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x\right]_1^2=\left(\frac{8}{3}+2-4\right)-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-2\right)=\boxed{\frac{11}{6}\,u^2}$$

3. $f(t)=t^3-24t^2+180t+8000 \quad Dom f(t)=[0,11]$

a) $f(11)=11^3-24\cdot 11^2+180\cdot 11+8000=8407$ millones de litros

b) $f'(t)=3t^2-48t+180=0 \to t^2-16t+60=0 \to t=6,\ t=10$

$$t=\frac{16\pm\sqrt{16^2-4\cdot 60}}{2}=\frac{16\pm 4}{2}$$

0	+	6	−	10	+	11
Min		Max		Min		Max

$f(6)=6^3-24\cdot 6^2+180\cdot 6+8000$

$f(6)=8432$ mill. litros

El volumen max alcanzado se obtuvo en el 6° año

c) Con un volumen de 8.432 millones de litros.

4. $C(t)=15000\cdot 1'075^t \quad Dom\, C(t)=[0,\infty)$

a) $C'(t)=15000\cdot \ln 1'075\cdot 1'075^t>0$. La derivada siempre es positiva por lo que la función siempre será creciente

b) $C(10)=15000\cdot 1'075^{10}=30.915'47$ €

$C(18)=15000\cdot 1'075^{18}=55.137'06$ €

c) $15000\cdot 1'075^x=30000 \to x=\log_{1'075} 2=\boxed{9'58 \text{ años}}$

COLEGIO ALMA'S
bilingual school

. Barranco del Negro s/n Los Tabaibales
35106 San Bartolomé de Tirajana
T.: 928 142 028 F.: 928 141 996

almasacademico@gmail.coml

5. $S(x) = -x^2+45x+900$

a) $S'(x) = -2x+45 = 0 \rightarrow -2x = -45 \rightarrow x = \frac{45}{2} = 22'5$

$f'(x)$: $+$ $22'5$ $-$

Las solicitudes aumentan en los 22 primeros días

b) No, ya que el máx que alcanza es absoluto.

c) $-x^2+45x+900=0$

$x^2-45x-900=0 \rightarrow x = \frac{45 \pm \sqrt{2025+3600}}{2} = \frac{45 \pm 75}{2}$ → $x=-15$; $\boxed{x=60}$

Han de pasar 60 días

6. $b(t) = \frac{2t}{1+t^2}$ Dom $b(t) = \mathbb{R}$.

a) $\frac{2t}{1+t^2} = 1 \rightarrow 1+t^2 = 2t \rightarrow t^2-2t+1=0 \rightarrow (t-1)^2 = 0 \rightarrow \boxed{t=1}$

En el primer año

b) $b'(t) = \frac{2(1+t^2)-2t\cdot 2t}{(1+t^2)^2} = \frac{2-2t^2}{(1+t^2)^2}$ $2-2t^2=0 \rightarrow t = \pm 1$

Son max en el primer año

$f'(x)$: $-$ -1 $+$ 1 $-$

MinAbs MAX Abs

Crecientes en $(0,1)$

y Decrecientes en $(1,\infty)$

c) $\lim_{t\to\infty} \frac{2t}{1+t^2} \underset{\frac{\infty}{\infty}}{\overset{L'H}{=}} \lim_{t\to\infty} \frac{2}{2t} = \frac{2}{\infty} = 0$ Que los beneficios tienden a extinguirse.

7. Cantidad $\rightarrow C(t) = 200+10t$
Precio $\rightarrow P(t) = 200-2t$ } Ingresos $\rightarrow I(t) = (200+10t)(200-2t)$

a) Al no constar costes los ingresos se pueden computar como beneficios

$B(t) = -20t^2+1600t+40000$

b) $B'(t) = -40t+1600 = 0 \rightarrow t = \frac{1600}{40} = 40$ días

0 $+$ 40 $-$ 100 $B'(t)$ decrece desde el día 40 hasta el día 100

. Barranco del Negro s/n Los Tabaibales
35106 San Bartolomé de Tirajana
T.: 928 142 028 F.: 928 141 996

almasacademico@gmail.coml

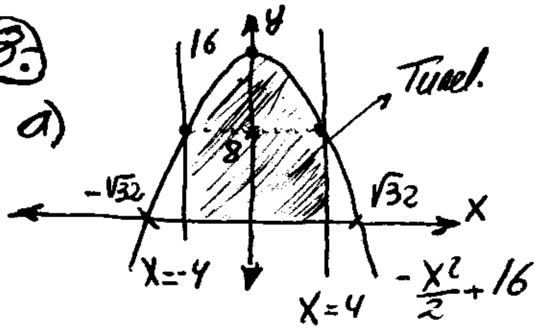
O sea decreciente en (40,100)

c) $\int_0^{90}(-20t^2+1600t+40000)\,dt = \left[\frac{-20t^3}{3}+800t^2+40000\right]_0^{90} =$

$= \left(\frac{-20\cdot 90^3}{3}+800\cdot 90^2+40000\right) - 0 = \boxed{5.220.000\ €}$

8.

a)



b) No, ya que la altura max es de 16m.

c) No, ya que con un ancho de 8 metros, su altura máxima debería ser de 8 metros

d) $2\int_0^4\left(-\frac{x^2}{2}+16\right)dx = 2\left[-\frac{x^3}{6}+16x\right]_0^4$

$= 2\left\{\left(-\frac{64}{6}+16\cdot 4\right)-0\right\} = \frac{320}{3}$ metros^2 $= \boxed{106'7\ m^2}$

9.

$\left.\begin{array}{l} Dom\left(\frac{2}{5}x\right) = \mathbb{R} \\ Dom\left(\frac{x+3}{x+2}\right) = \mathbb{R}-\{-2\} \end{array}\right]$ $Dom\ g(x) = [0,\infty)$

Estudio de la continuidad $\left.\begin{array}{l} g(3) = 6/5 \\ \lim_{x\to 3^-} \frac{2}{5}x = 6/5 \\ \lim_{x\to 3^+} \frac{x+3}{x+2} = 6/5 \end{array}\right\}$ $Cont\ g(t) = [0,\infty)$

Estudio de la derivabilidad

$g'(x) = \begin{cases} 2/5 & 0<x<3 \\ \frac{1(x+2)-1(x+3)}{(x+2)^2} = \frac{-1}{(x+2)^2} & x>3 \end{cases}$ $\left.\begin{array}{l} g'(3^-) = 2/5 \\ g'(3^+) = \frac{-1}{25} \end{array}\right]$ $g'(3^-) \neq g'(3^+)$

$Der\ g(t) = (0,3)\cup(3,\infty)$

a) $g(2'5) = \frac{2}{5}\cdot 2'5 = 1 \rightarrow 100.000\ €$

$g(4) = \frac{4+3}{4+2} = 7/6 \rightarrow 116.666'7\ €$

. Barranco del Negro s/n Los Tabaibales
35106 San Bartolomé de Tirajana
T.: 928 142 028 F.: 928 141 996

almasacademico@gmall.coml

b) $\underset{\text{MIN}}{0} \quad + \quad \underset{\text{MAX}}{3} \quad - \quad \longrightarrow f'(x)$

Creciente en $(0,3)$
Decreciente en $(3,\infty)$

c) $\lim_{x \to \infty} \frac{x+3}{x+2} \overset{L'H}{=} \frac{\infty}{\infty} \lim_{x \to \infty} \frac{1}{1} = 1$ Las ganancias tienden a estabilizarse en unos 100.000 €.

10. Precio $= 350 + 20x$
Cantidad $= 200 - 10x$

Ingresos $= (350+20x)(200-10x)$

$I(x) = -200x^2 + 500x + 70\,000$

$I'(x) = -400x + 500 = 0 \rightarrow x = \frac{500}{400} = 1'25$. $\quad + \quad 1'25 \quad - \quad \longrightarrow I'(x)$

Precio $350 + 20 \cdot 1'25 = \boxed{375€}$ para obtener un beneficio máximo de $I(1'25) = 70.312'5$ € de beneficio